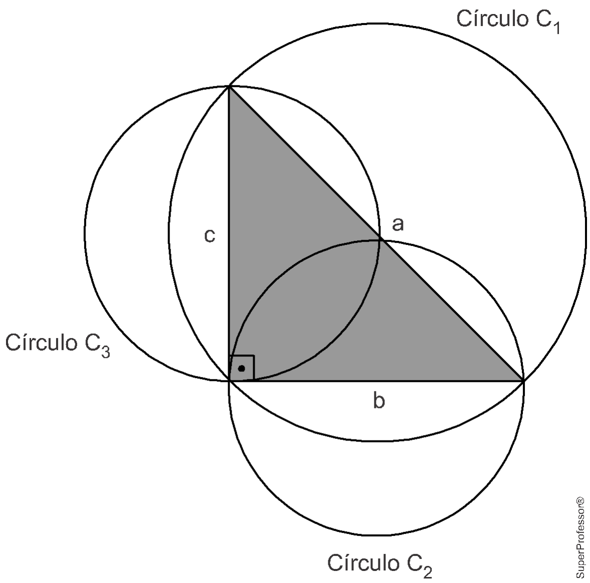
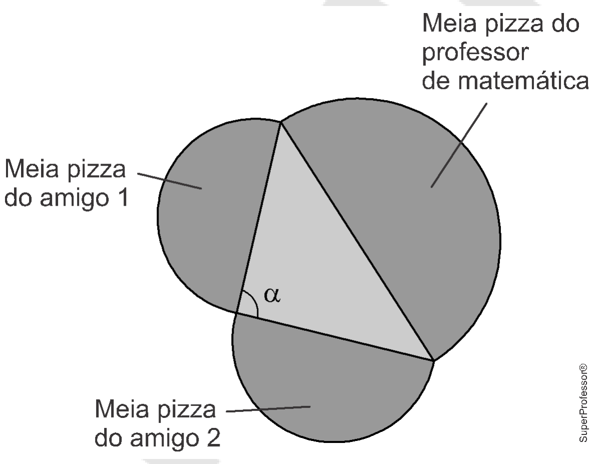
1. (Enem 2023) Sejam a, b e c as medidas dos lados de um triângulo retângulo, tendo a como medida da hipotenusa. Esses valores a, b e c são, respectivamente, os diâmetros dos círculos C_1, C_2 e C_3, como apresentados na figura.



Observe que essa construção assegura, pelo teorema de Pitágoras, que área $C_1 = \text{área } (C_2) + \text{área } (C_3)$.

Um professor de matemática era conhecedor dessa construção e, confraternizando com dois amigos em uma pizzaria onde são vendidas pizzas somente em formato de círculo, lançou um desafio: mesmo sem usar um instrumento de medição, poderia afirmar com certeza se a área do círculo correspondente à pizza que ele pedisse era maior, igual ou menor do que a soma das áreas das pizzas dos dois amigos. Assim, foram pedidas três pizzas. O professor as dividiu ao meio e formou um triângulo com os diâmetros das pizzas, conforme indicado na figura.



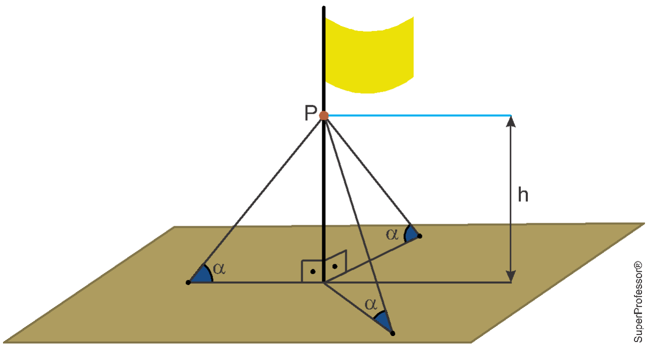
A partir da medida do ângulo α, o professor afirmou que a área de sua pizza é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas.

A área da pizza do professor de matemática é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas, pois

a) $0° < \alpha < 90°$
b) $\alpha = 90°$
c) $90° < \alpha < 180°$
d) $\alpha = 180°$

e) $180° < \alpha < 360°$

2. (Enem 2023) O mastro de uma bandeira foi instalado perpendicularmente ao solo em uma região plana. Devido aos fortes ventos, três cabos de aço, de mesmo comprimento, serão instalados para dar sustentação ao mastro. Cada cabo de aço ficará perfeitamente esticado, com uma extremidade num ponto P do mastro, a uma altura h do solo, e a outra extremidade, num ponto no chão, como mostra a figura.



Os cabos de aço formam um ângulo α com o plano do chão e instalação:

Por medida de segurança, há apenas três opções de instalação:

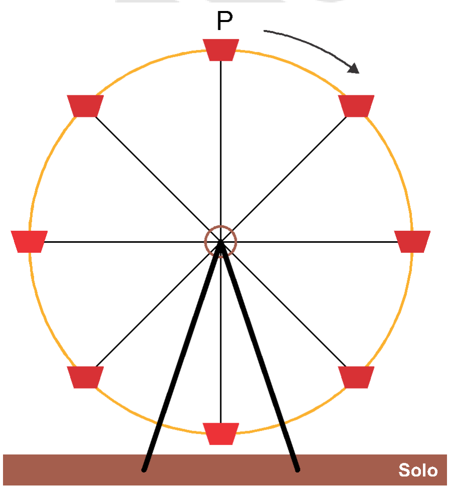
- opção I: h = 11m e $\alpha = 30°$
- opção II: h = 12 m e $\alpha = 45°$
- opção III: h = 18 m e $\alpha = 60°$

A opção a ser escolhida é aquela em que a medida dos cabos seja a menor possível.

Qual será a medida, em metro, de cada um dos cabos a serem instalados?

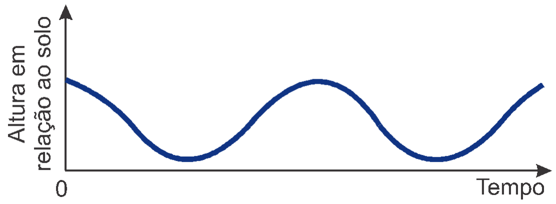
a) $\dfrac{22\sqrt{3}}{3}$
b) $11\sqrt{2}$
c) $12\sqrt{2}$
d) $12\sqrt{3}$
e) 22

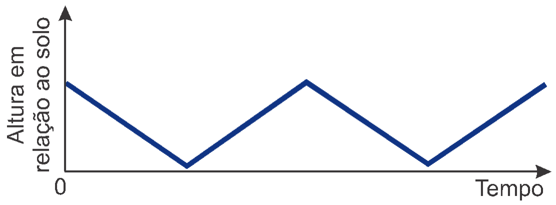
3. (Enem 2023) A figura ilustra uma roda-gigante no exato instante em que a cadeira onde se encontra a pessoa P está no ponto mais alto dessa roda-gigante.

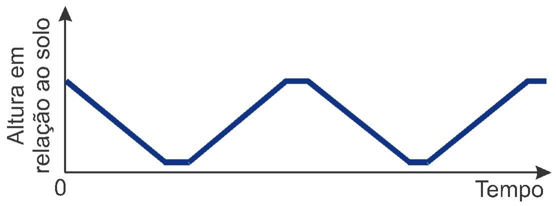


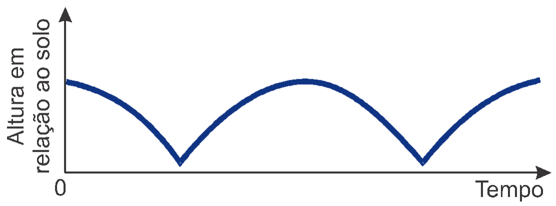
Com o passar do tempo, à medida que a roda-gigante gira, com velocidade angular constante e no sentido horário, a altura da cadeira onde se encontra a pessoa P, em relação ao solo, vai se alterando.

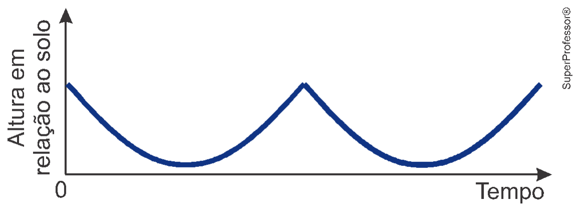
O gráfico que melhor representa a variação dessa altura, em função do tempo, contado a partir do instante em que a cadeira da pessoa P se encontra na posição mais alta da roda-gigante, é

a)


b)


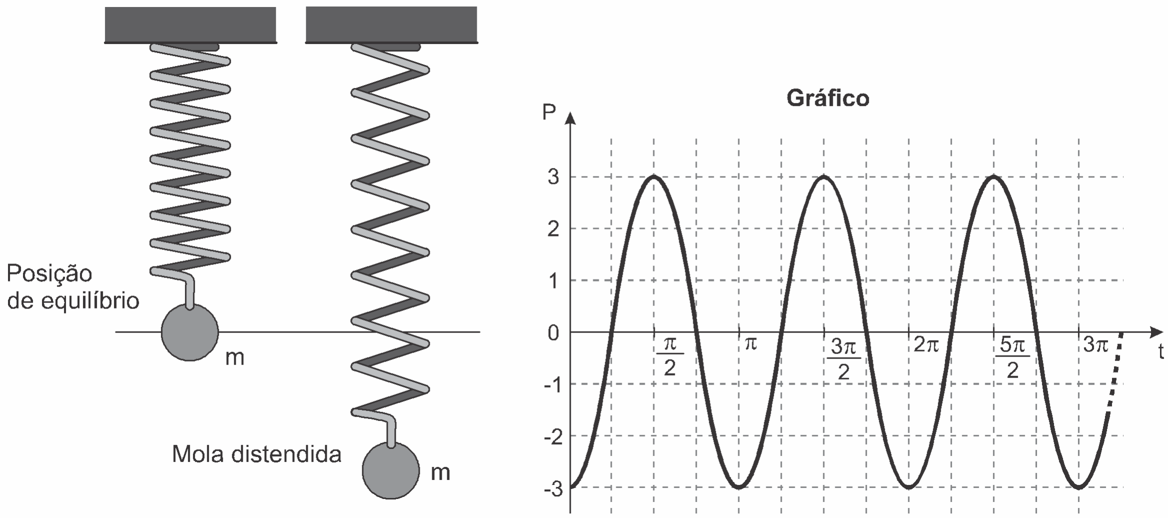
c)


d)


e)


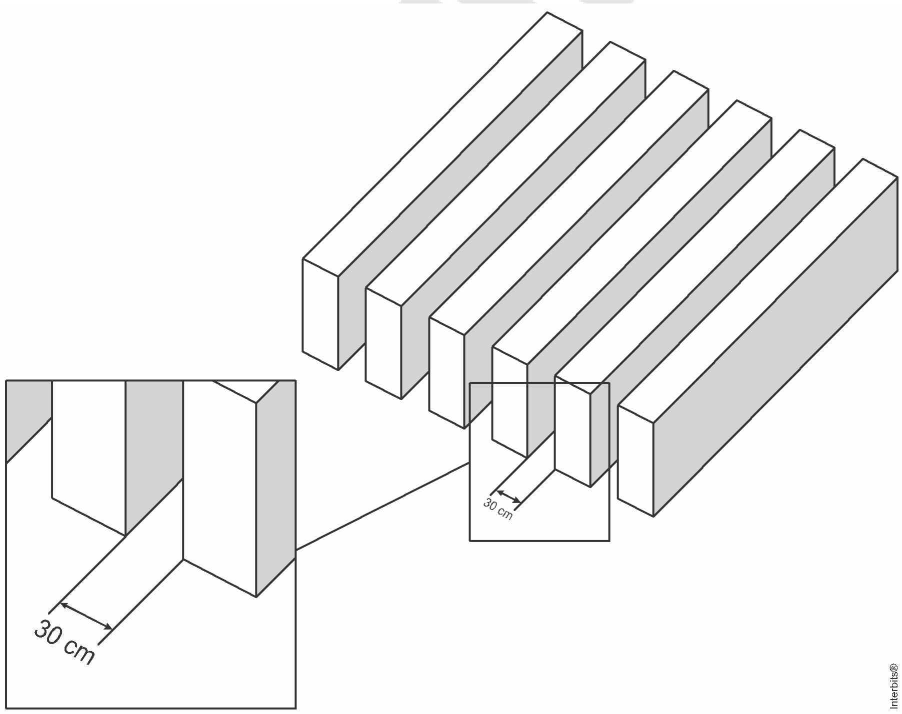
4. (Enem 2021) Uma mola é solta da posição distendida conforme a figura. A figura à direita representa o gráfico da posição P (em cm) da massa m em função do tempo t (em segundo) em um sistema de coordenadas cartesianas. Esse movimento periódico é descrito por uma expressão do tipo $P(t) = \pm A\cos(\omega t)$ ou $P(t) = \pm A\,\text{sen}(\omega t)$, em que $A > 0$ é a amplitude de deslocamento máximo e ω é a frequência, que se relaciona com o período T pela fórmula $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Considere a ausência de quaisquer forças dissipativas.



A expressão algébrica que representa as posições P(t) da massa m, ao longo do tempo, no gráfico, é
a) –3 cos (2t)
b) –3 sen (2t)
c) 3 cos (2t)
d) –6 cos (2t)
e) 6 sen (2t)

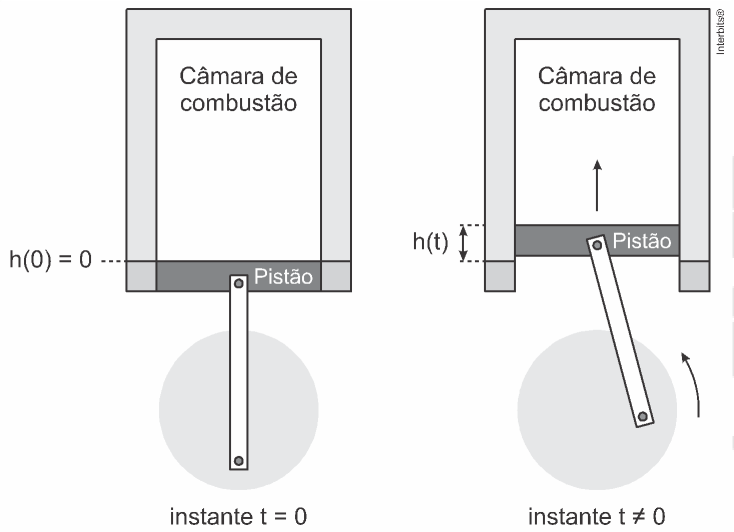
5. (Enem 2020) Pergolado é o nome que se dá a um tipo de cobertura projetada por arquitetos, comumente em praças e jardins, para criar um ambiente para pessoas ou plantas, no qual há uma quebra da quantidade de luz, dependendo da posição do sol. É feito como um estrado de vigas iguais, postas paralelas e perfeitamente em fila, como ilustra a figura.



Um arquiteto projeta um pergolado com vãos de 30 cm de distância entre suas vigas, de modo que, no solstício de verão, a trajetória do sol durante o dia seja realizada num plano perpendicular à direção das vigas, e que o sol da tarde, no momento em que seus raios fizerem 30° com a posição a pino, gere a metade da luz que passa no pergolado ao meio-dia.

Para atender à proposta do projeto elaborado pelo arquiteto, as vigas do pergolado devem ser construídas de maneira que a altura, em centímetro, seja a mais próxima possível de
a) 9.
b) 15.
c) 26.
d) 52.
e) 60.

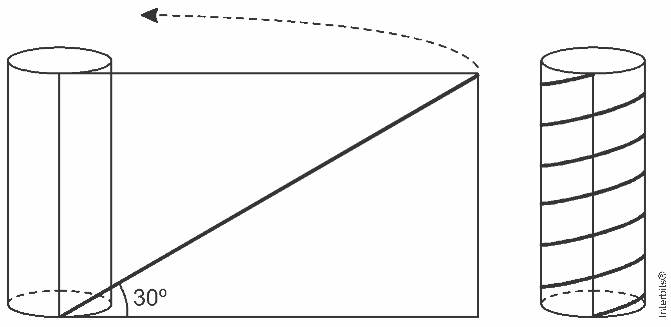
6. (Enem 2019) Um grupo de engenheiros está projetando um motor cujo esquema de deslocamento vertical do pistão dentro da câmara de combustão está representado na figura.



A função $h(t) = 4 + 4\text{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ definida para $t \geq 0$ descreve como varia a altura h, medida em centímetro, da parte superior do pistão dentro da câmara de combustão, em função do tempo t, medido em segundo. Nas figuras estão indicadas as alturas do pistão em dois instantes distintos.
O valor do parâmetro β, que é dado por um número inteiro positivo, está relacionado com a velocidade de deslocamento do pistão. Para que o motor tenha uma boa potência, é necessário e suficiente que, em menos de 4 segundos após o início do funcionamento (instante $t = 0$), a altura da base do pistão alcance por três vezes o valor de 6 cm. Para os cálculos, utilize 3 como aproximação para π.

O menor valor inteiro a ser atribuído ao parâmetro β, de forma que o motor a ser construído tenha boa potência, é
a) 1.
b) 2.
c) 4.
d) 5.
e) 8.

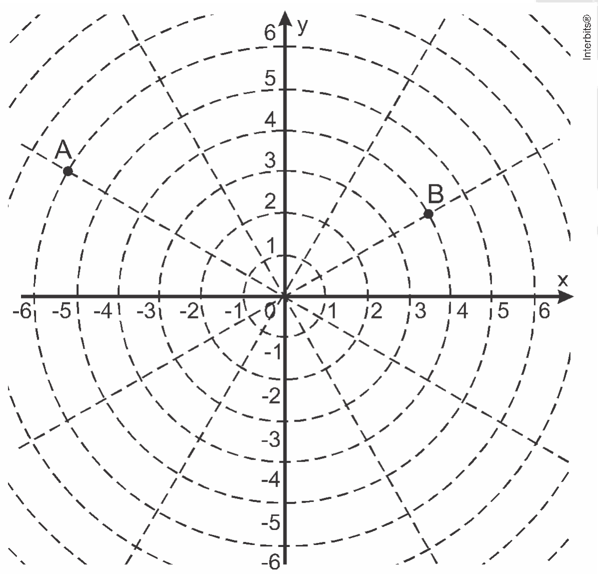
7. (Enem 2018) Para decorar um cilindro circular reto será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma $30°$ com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede $\frac{6}{\pi}\text{cm}$, e ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é

a) $36\sqrt{3}$
b) $24\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{3}$
d) 36
e) 72

8. (Enem 2018) Sobre um sistema cartesiano considera-se uma malha formada por circunferências de raios com medidas dadas por números naturais e por 12 semirretas com extremidades na origem, separadas por ângulos de $\frac{\pi}{6}\text{rad},$ conforme a figura.



Suponha que os objetos se desloquem apenas pelas semirretas e pelas circunferências dessa malha, não podendo passar pela origem $(0; 0).$

Considere o valor de π com aproximação de, pelo menos, uma casa decimal.

Para realizar o percurso mais curto possível ao longo da malha, do ponto B até o ponto $A,$ um objeto deve percorrer uma distância igual a

a) $\frac{2\cdot\pi\cdot 1}{3}+8$
b) $\frac{2\cdot\pi\cdot 2}{3}+6$
c) $\frac{2\cdot\pi\cdot 3}{3}+4$

d) $\frac{2\cdot\pi\cdot4}{3}+2$

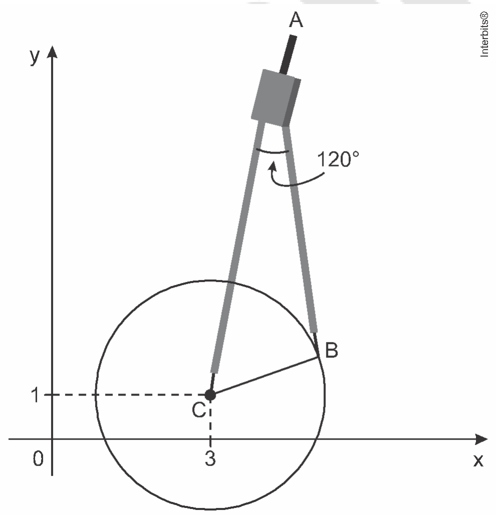
e) $\frac{2\cdot\pi\cdot5}{3}+2$

9. (Enem 2017) Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t)=A+B\cos(kt)$ em que A, B e k são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.
Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P(t)$ obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi
a) $P(t)=99+21\cos(3\pi t)$
b) $P(t)=78+42\cos(3\pi t)$
c) $P(t)=99+21\cos(2\pi t)$
d) $P(t)=99+21\cos(t)$
e) $P(t)=78+42\cos(t)$

10. (Enem 2017) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de $120°$. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



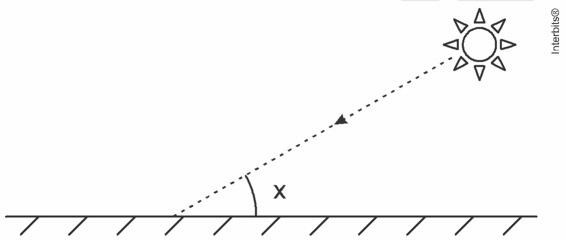
Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

Tipo de material	Intervalo de valores de raio (cm)
I	$0 < R \leq 5$
II	$5 < R \leq 10$
III	$10 < R \leq 15$
IV	$15 < R \leq 21$
V	$21 < R \leq 40$

Considere $1{,}7$ como aproximação para $\sqrt{3}$.

O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

11. (Enem 2017) Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo x com a sua superfície, conforme indica a figura.
Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por $I(x) = k \cdot \text{sen}(x)$ sendo k uma constante, e supondo-se que x está entre $0°$ e $90°$.



Quando $x = 30°$, a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?
a) 33%
b) 50%
c) 57%
d) 70%
e) 86%

12. (Enem 2015) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção, consumo e preço. Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra.
A partir de uma série histórica, observou-se que o preço P, em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função $P(x) = 8 + 5\cos\left(\dfrac{\pi x - \pi}{6}\right)$, onde x representa o mês do ano, sendo $x = 1$ associado ao mês de janeiro, $x = 2$ ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até $x = 12$ associado ao mês de dezembro.

INICIATIVA EXATAS

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

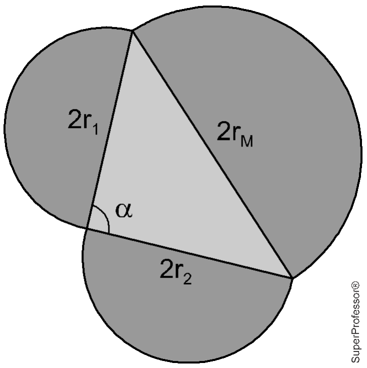
Na safra, o mês de produção máxima desse produto é
a) janeiro.
b) abril.
c) junho.
d) julho.
e) outubro.

INICIATIVA EXATAS

Gabarito

Resposta da questão 1:
[C]

Sendo $2r_1$, $2r_2$ e $2r_M$, respectivamente, os diâmetros das pizzas do amigo 1, do amigo 2 e do professor de matemática, sabendo que a área da pizza do professor é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas, temos que:



$$\pi r_M^2 > \pi r_1^2 + \pi r_2^2$$
$$r_1^2 + r_2^2 - r_M^2 < 0 \quad \text{(I)}$$

Pela lei dos cossenos, também sabemos que:

$$(2r_M)^2 = (2r_1)^2 + (2r_2)^2 - 2 \cdot 2r_1 \cdot 2r_2 \cos\alpha$$
$$r_M^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_M^2}{2r_1r_2} \quad \text{(II)}$$

Utilizando o resultado (I) em (II), obtemos $\cos\alpha < 0$. Dessa forma, como $\alpha < 180°$ (pois é ângulo interno de triângulo), podemos concluir que $90° < \alpha < 180°$.

Resposta da questão 2:
[C]

O comprimento x dos cabos é dado por:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha}$$

Para cada opção, temos:

$$x_I = \frac{11}{\text{sen}\,30°} = \frac{11}{1/2} \Rightarrow x_I = 22\text{ m}$$

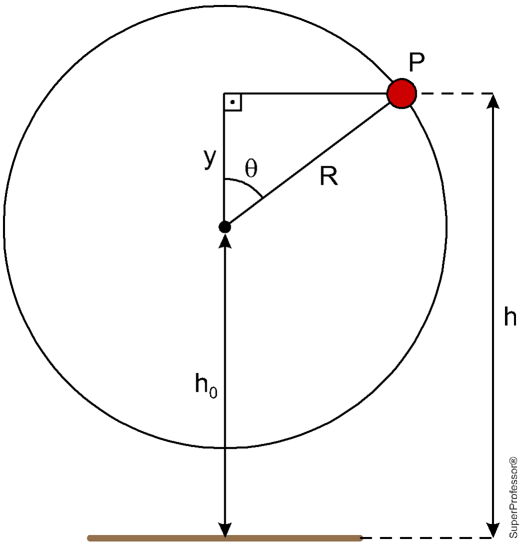
$$x_{II} = \frac{12}{\text{sen}\,45°} = \frac{12}{\sqrt{2}/2} \Rightarrow x_{II} = 12\sqrt{2}\text{ m} \cong 16{,}9\text{ m}$$

$$x_{III} = \frac{18}{\text{sen}\,60°} = \frac{18}{\sqrt{3}/2} \Rightarrow x_{III} = 12\sqrt{3}\text{ m} \cong 20{,}8\text{ m}$$

Logo, a medida dos cabos a serem instalados é de $12\sqrt{2}$ m.

Resposta da questão 3:
[A]

Para uma posição qualquer do ponto P, teremos:



$h = h_0 + y = h_0 + R\cos\theta$

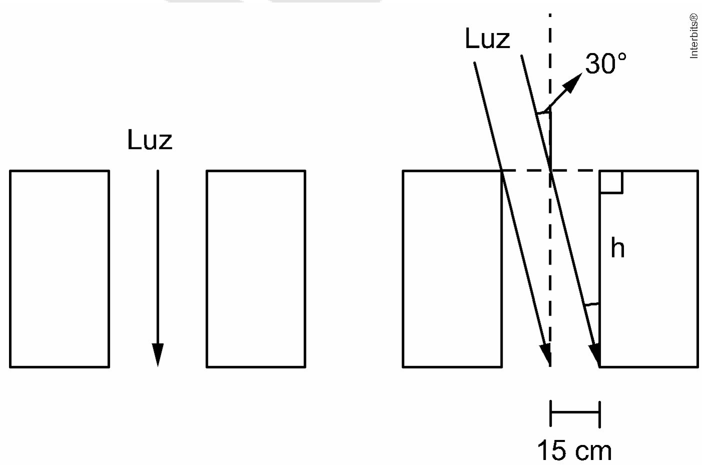
Portanto, a altura do ponto P descreve uma cossenóide e está melhor representada pela alternativa [A].

Resposta da questão 4:
[A]

Sendo $Im = [-3, 3]$ a imagem da função P, temos $P(t) = -3\,sen(2t)$ ou $P(t) = -3\cos(2t)$. Mas, $P(0) = -3$ e, portanto, só pode ser $P(t) = -3\cos(2t)$.

Resposta da questão 5:
[C]

Considere a vista frontal do pergolado.



Seja h a altura das vigas do pergolado.

No momento em que os raios de luz fazem 30° com a vertical, tem-se o desejado. Assim, aproximando $\sqrt{3}$ por $1{,}7$, vem

$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\,30^\circ = \frac{15}{h} &\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{15}{h} \\ &\Rightarrow h = 15\sqrt{3} \\ &\Rightarrow h \cong 26\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 6:
[D]

Se $h(t) = 6$, então

$$\begin{aligned} 6 = 4 + 4\,\mathrm{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) &\Rightarrow \mathrm{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ &\Rightarrow \mathrm{sen}\left(\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \mathrm{sen}\,\frac{\pi}{6}. \end{aligned}$$

Logo, sendo $t \geq 0$, temos

$$\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2} \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \ldots\right\}.$$

Portanto, como a altura de $6\,\mathrm{cm}$ deve ser atingida 3 vezes, vem

$$\frac{\beta t}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{13\pi}{6} \Leftrightarrow t = \frac{16\pi}{3\beta}.$$

Ademais, sabendo que a altura de $6\,\mathrm{cm}$ deve ser alcançada pela terceira vez antes de 4 segundos, temos

$$\frac{16\pi}{3\beta} < 4 \Rightarrow \beta > \frac{4\pi}{3} \cong 4,$$

ou seja, o menor valor inteiro a ser atribuído ao parâmetro β é 5.

Resposta da questão 7:
[B]

Seja h a altura do cilindro.
Na figura é possível perceber que foram dadas seis voltas em torno do cilindro. Logo o cateto adjacente ao ângulo de 30° mede $6 \cdot 2\pi \cdot \frac{6}{\pi} = 72\,\mathrm{cm}$ e, portanto, temos

$$\mathrm{tg}\,30^\circ = \frac{h}{72} \Leftrightarrow h = 24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}.$$

Resposta da questão 8:
[A]

O menor caminho, por inspeção, corresponde ao comprimento de 8 segmentos de reta de medida igual a 1, somado ao comprimento do arco definido pelo ângulo central de $\frac{4\pi}{6} \cdot 1 = \frac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad}$ e raio 1, ou seja, $\frac{2\pi}{3} + 8$.

Resposta da questão 9:
[A]

INICIATIVA EXATAS

Calculando:

$P(t) = A + B\cos(kt)$

$$\begin{cases} A + B \cdot \cos(kt) = 120 \\ A - B \cdot \cos(kt) = 78 \end{cases} \Rightarrow 2A = 198 \Rightarrow A = 99$$

$P_{máx} \Rightarrow \cos(kt) = 1$

$99 + B = 120 \Rightarrow B = 21$

$$\frac{90 \text{ batimentos}}{60 \text{ segundos}} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{6}{9}s = \frac{2}{3}s$$

$$k = \frac{2\pi}{T} = \frac{3}{2} \cdot 2\pi = 3\pi$$

Assim:

$P(t) = 99 + 21 \cdot \cos(3\pi t)$

Resposta da questão 10:
[D]

O compasso forma, com a superfície do papel, um triângulo isóscele de lados $10, 10$ e R (raio), e ângulos $120, 30$ e 30 graus. Sabendo-se disto, pode-se calcular o raio R:

$$\frac{R}{\text{sen } 120°} = \frac{10}{\text{sen } 30°} \Rightarrow R \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = 10\sqrt{3} \approx 17\text{cm} \Rightarrow 15 < R \leq 21$$

Resposta da questão 11:
[B]

O seno de $30°$ é igual a $0,5,$ portanto:

$I(x) = k \cdot \text{sen}(x) = k \cdot \text{sen}(30°) = 0,5\,k$

Logo, a intensidade luminosa se reduz a $50\%.$

Resposta da questão 12:
[D]

A produção é máxima quando preço é mínimo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = -1.$ O menor valor positivo de x para o qual se tem o preço mínimo é tal que

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = \cos \pi \Rightarrow \frac{\pi x - \pi}{6} = \pi + 2k\pi$$
$$\Rightarrow x = 12k + 7, k \in ¢.$$

Portanto, para $k = 0,$ segue que $x = 7,$ e o mês de produção máxima desse produto é julho

INICIATIVA EXATAS

Resumo das questões selecionadas nesta atividade

Legenda:
NQ = número da questão
Q/DB = número da questão no banco de dados

NQ	Q/DB	Grau/Dif.	Matéria	Fonte	Tipo
1	240312	Média	Matemática	Enem/2023	Múltipla escolha
2	240309	Baixa	Matemática	Enem/2023	Múltipla escolha
3	240297	Média	Matemática	Enem/2023	Múltipla escolha .
4	204458	Baixa	Matemática	Enem/2021	Múltipla escolha
5	197321	Média	Matemática	Enem/2020	Múltipla escolha
6	189682	Elevada	Matemática	Enem/2019	Múltipla escolha
7	182082	Média	Matemática	Enem/2018	Múltipla escolha
8	182055	Média	Matemática	Enem/2018	Múltipla escolha
9	174964	Média	Matemática	Enem/2017	Múltipla escolha
10	174954	Média	Matemática	Enem/2017	Múltipla escolha
11	174936	Baixa	Matemática	Enem/2017	Múltipla escolha
12	149405	Média	Matemática	Enem/2015	Múltipla escolha

INICIATIVA EXATAS

Estatísticas - Questões do Enem

NQ	Q/DB	Cor/prova	Ano	Acerto
4	204458	azul	2021	26%
5	197321	azul	2020	19%
6	189682	azul	2019	21%
7	182082	azul	2018	21%
8	182055	azul	2018	17%
9	174964	azul	2017	19%
10	174954	azul	2017	23%
11	174936	azul	2017	27%
12	149405	azul	2015	18%

INICIATIVA EXATAS